

Governo da Bahia

Rui Costa | Governador

João Leão | Vice-Governador

Jerônimo Rodrigues Souza | Secretário da Educação

Daniilo de Melo Souza | Subsecretário

Manuelita Falcão Brito | Superintendente de Políticas para a Educação Básica

Coordenação Geral

Manuelita Falcão Brito

Jurema Oliveira Brito

Leticia Machado dos Santos

Diretorias da Superintendência de Políticas para a Educação Básica

Diretoria de Currículo, Avaliação e Tecnologias Educacionais

Jurema Oliveira Brito

Diretoria de Educação e Suas Modalidades

Iara Martins Icó Sousa

Thamires Vasconcelos de Souza

Coordenações das Etapas e Modalidades da Educação Básica

Coordenação de Educação Infantil e Ensino Fundamental

Kátia Suely Paim Matheó

Coordenação de Ensino Médio

Renata Silva de Souza

Coordenação da Educação do Campo e Escolar Quilombola

Poliana Nascimento dos Reis

Coordenação de Educação Escolar Indígena

José Carlos Batista Magalhães

Coordenação de Educação Especial

Marlene Santos Cardoso

Coordenação da Educação de Jovens e Adultos

Isadora Sampaio

Coordenação Escolar Indígena

José Carlos Batista Magalhães

Coordenação da Área de Matemática

Ivone Machado dos Santos

Karyne Santiago de Oliveira

Lucas Pablo Ferreira dos Santos

Equipe de Elaboração

André de Oliveira Rocha

Eduardo Fonseca Sales

Elias Antônio Almeida da Fonseca

Enoílma Simões Paixão Correia Silva

Emília Isabel Rabelo de Souza

Fabrizia Maria Souza Lacerda Alves

Jadson de Souza Conceição

Jussara Gomes Araújo Cunha

Lucas Pablo Ferreira dos Santos

Maíza Silveira de Castro Silva

Rogério da Silva Fonseca

Márcio Freitas do Nascimento

Thales Lima do Nascimento

Thiago Souza Paim

Equipe Educação Inclusiva

Marlene Cardoso

Ana Claudia Henrique Mattos

Cíntia Barbosa

Daiane Sousa de Pina Silva

Edmeire Santos Costa

Gabriela Silva

Nancy Araújo Bento

Colaboradores

Edvânia Maria Barros Lima

Gabriel Teixeira Guia

Gabriel Souza Pereira

Ives José Cardoso Quaglia

Jean Paixão Oliveira

Jorge Luiz Lopes

José Raimundo dos Santos Neris

Roberto Cedraz de Oliveira

Shirley Conceição Silva da Costa

Silvana Maria de Carvalho Pereira

Equipe de Revisão

Alécio de Andrade Souza

Ana Paula Silva Santos

Carlos Antônio Neves Júnior

Carmelita Souza Oliveira

Claudio Marcelo Matos Guimarães

Eliana Dias Guimarães

Helena Vieira Pabst

Helionete Santos da Boa Morte

João Marciano de Souza Neto

Kátia Souza de Lima Ramos

Leticia Machado dos Santos

Mônica Moreira de Oliveira Torres

Solange Alcântara Neves da Rocha

Sônia Maria Cavalcanti Figueiredo

Projeto Gráfico e Diagramação

Bárbara Monteiro

Marjorie Yamanda

À Comunidade Escolar,

A pandemia do coronavírus explicitou problemas e introduziu desafios para a educação pública, mas apresentou também possibilidades de inovação. Reconnectou-nos com a potência do trabalho em rede, não apenas das redes sociais e das tecnologias digitais, mas, sobretudo, desse tanto de gente corajosa e criativa que existe ao lado da evolução da educação baiana.

Neste contexto, é com satisfação que a Secretaria de Educação da Bahia disponibiliza para a comunidade educacional **os Cadernos de Apoio à Aprendizagem**, um material pedagógico elaborado por dezenas de professoras e professores da rede estadual durante o período de suspensão das aulas. Os Cadernos são uma parte importante da estratégia de retomada das atividades letivas, que facilitam a conciliação dos tempos e espaços, articulados a outras ações pedagógicas destinadas a apoiar docentes e estudantes.

Assegurar uma educação pública de qualidade social nunca foi uma missão simples, mas nesta quadra da história, ela passou a ser ainda mais ousada. Pois além de superarmos essa crise, precisamos fazê-lo sem comprometer essa geração, cujas vidas e rotinas foram subitamente alteradas, às vezes, de forma dolorosa. E só conseguiremos fazer isso se trabalharmos juntos, de forma colaborativa, em redes de pessoas que acolhem, cuidam, participam e constroem juntas o hoje e o amanhã.

Assim, desejamos que este material seja útil na condução do trabalho pedagógico e que sirva de inspiração para outras produções. Neste sentido, ao tempo em que agradecemos a todos que ajudaram a construir este volume, convidamos educadores e educadoras a desenvolverem novos materiais, em diferentes mídias, a partir dos Cadernos de Apoio, contemplando os contextos territoriais de cada canto deste país chamado Bahia.

Saudações educacionais!

Jerônimo Rodrigues



UNIDADE

Números e Álgebra



Objetos de Conhecimento:

1. Introdução geral as sequências; Lei de formação; 2. Progressões Aritméticas; Fórmula geral; Soma dos termos; 3. Progressões Geométricas, Fórmula geral, Soma dos termos; 4. Matemática Financeira.

Competência(s):

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral. **2.** Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática. **3.** Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. **4.** Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Habilidades:

1. (EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos. **2.** (EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões. **3.** (EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso. **4.** (EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas. **5.** (EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

TEMA: Introdução geral as seqüências; Lei de formação.

Objetivos de Aprendizagem: Investigar para determinar a Lei de Formação de uma Sequência, a partir da observação de padrões numéricos e/ou sequenciais apresentadas, para a obtenção de termos desconhecidos; Investigar o comportamento da seqüência para escrever o n-ésimo termo de uma Sequência Numérica; Conjecturar hipóteses visando encontrar o termo geral da seqüência; Simular situações por meio de jogos e experimentos; Observar o desenvolvimento cognitivo do aluno, junto com outras atividades que vão surgindo durante o jogo; Desenvolver habilidades cognitivas como a capacidade de observação, concentração, dedução, aplicação de conceitos, e outras, que poderão ser transferidas para outro tipo de aprendizagem; Contextualizar o desenvolvimento da PA.

	Aula	Atividade
Semana 1	1	Ponto de encontro: Apresentar a trilha ao estudante e analisar a seqüência que se forma na construção de triângulos com palitos de fósforos, mediante a investigação da questão adaptada da OBMEP.
	2	Continuação da aula 1, onde o aluno deve analisar a seqüência que se forma na construção de triângulos com palitos de fósforos, mediante a investigação da questão adaptada da OBMEP.
	3	Investigar os padrões presentes na seqüência da aula 1 e 2 para possibilitar que os alunos identifiquem e investiguem a Lei de Formação.
Semana 2	4	Investigar os padrões presentes nas figuras pentagonais da trilha para possibilitar que os alunos identifiquem e validem a Lei de Formação.
	5	Por meio da torre de Hanói identificar as possíveis seqüências que ocorrerão em função das jogadas, e preencher tabela no caderno.
	6	Por meio dos números de Fibonacci identificar padrões presentes, inclusive na Natureza por meio da história da origem e a descoberta de suas propriedades que envolvem a Razão Áurea e os Retângulos Áureos utilizado em obras de arte.

TEMA: Progressões Aritméticas; Fórmula geral; Soma dos termos.

Objetivos de Aprendizagem: Investigar o comportamento da seqüência para escrever o n-ésimo termo de uma Sequência Numérica; Determinar a Lei de Formação de uma Sequência, a partir da observação de padrões numéricos e/ou sequenciais apresentadas, para a obtenção de termos desconhecidos; Simular situações por meio de jogos e experimentos; Determinar o termo geral de uma PG; Calcular a soma dos termos de uma PG.; Contextualizar o desenvolvimento da PG.

	Aula	Atividade
Semana 3	7	Investigar a partir de seqüências trabalhadas àquelas que representam/caracterizam uma PA. Construir o conceito – definição de PA a partir das seqüências trabalhadas em momentos anteriores.
	8	Trabalhar resolução de problemas envolvendo os conceitos aprendidos a respeito da PA.
	9	Apresentar a história como o Matemático Gauss desenvolveu o raciocínio da soma dos "n" termos e trabalhar a resolução de algumas situações problemas e dedução da Soma dos termos da PA a partir da observação de algumas seqüências
Semana 4	10	A TRILHA É SUA – Sugestão de atividade: Criar uma obra de arte/desenho utilizando a proporção Áurea.
	11	A trilha na minha vida: identificar como as seqüências estão presentes e muitas vezes não nos damos conta. O aluno deve escrever um relato. Sugestão: Assistir o filme Donald no País da Matemágica antes da reflexão.
	12	Construir a torre de Hanoi com materiais recicláveis. Autoavaliação
Semana 5	13	Investigar o padrão que se forma na seqüência adaptada da lenda do xadrez. Trata-se um padrão que forma uma Progressão Geométrica. Mas neste momento espera-se só reconhecer o padrão de formação.
	14	Analisar as possibilidades para se resolver o problema proposto pelo Rei na lenda explorada na aula 13. Depois discutir as respostas encontradas pelos estudantes.

TEMA: Progressões Geométricas; Fórmula geral; Soma dos termos.

Objetivos de Aprendizagem: Compreender o real valor do dinheiro; Entender o consumo consciente e o planejamento financeiro; Compreender os conceitos de Porcentagem, Juro Simples e Composto; Resolver problemas envolvendo o cálculo de taxas de juros; Identificar problemas envolvendo juros simples e juros compostos; Identificar a relação da PA e PG com os estudos de Juro Simples e Composto.

	Aula	Atividade
Semana 6	15	Construir o conceito de PG a partir da sequência trabalhada na aula 13 e 14 levando o aluno a construir o processo de investigação e associação a dedução da Fórmula geral da PG a partir da observação da sequência. Sugestão: Utilizar o livro didático para resolver algumas questões.
	16	Trabalhar resolução de problemas envolvendo a PG. Além disso, ele pode explorar outras questões, como sugestão ele pode acessar um banco de questões da Obmep e se aprofundar nos estudos.
	17	Dedução da Soma dos termos da PG a partir da observação da sequência a respeito da quantidade de grão de arroz. O aluno deve fazer um comparativo da sua resposta inicial com a feita utilizando a fórmula.
	18	Trabalhar resolução de problemas que envolvam PG no contexto da pandemia, bem como em situações que envolvam investimentos, aplicações e financiamentos, preparando o para a próxima trilha. Autoavaliação.

TEMA: Matemática Financeira.

Objetivos de Aprendizagem: Compreender o real valor do dinheiro; Entender o consumo consciente e o planejamento financeiro; Compreender os conceitos de Porcentagem, Juro Simples e Composto; Resolver problemas envolvendo o cálculo de taxas de juros; Identificar problemas envolvendo juros simples e juros compostos; Identificar a relação da PA e PG com os estudos de Juro Simples e Composto.

	Aula	Atividade
Semana 7	19	Levar o aluno a refletir sobre as suas ações financeiras mediante alguns questionamentos estratégicos. Exemplo: Quando você vai realizar uma compra você costuma avaliar a real necessidade dela? Você realiza um exercício básico do Eu preciso? Tem que ser agora? Esse gasto é mais importante que outro? A partir desses questionamentos o aluno é levado a fazer uma reflexão mediante análise após o preenchimento de tabela do que realmente é necessário comprar tendo como exemplo uma análise hipotética.
	20	Trabalhar a resolução de desafios envolvendo a porcentagem tendo como norte questões propostas pela trilha que envolvam situações do cotidiano.
	21	Resolução de problemáticas que envolvam Juros Simples e Juros Compostos, relacionando a relações práticas e reais do cotidiano e o reconhecimento das progressões.
Semana 8	22	Trabalhar a Matemática Financeira correlacionando a Progressão Geométrica (PG) visando contribuir para educação financeira e conscientização do educando com a partir da resolução de desafios e análise de situações propositivas envolvendo construção de tabelas – gráficos.
	23	A trilha na minha vida: Nesse momento, o aluno é levado a refletir sobre sua vida, buscando identificar em que medida os conceitos de matemática financeira refletem em sua vida e em suas ações, apontando as relações com as sequências trabalhadas durante a unidade.
	24	Organizar as informações de questionamentos específicos da trilha em uma tabela disponibilizada no drive. A organização da tabela girará a partir desses questionamentos, com a finalidade que o aluno faça um planejamento anual de gastos e por fim fará a sua autoavaliação.

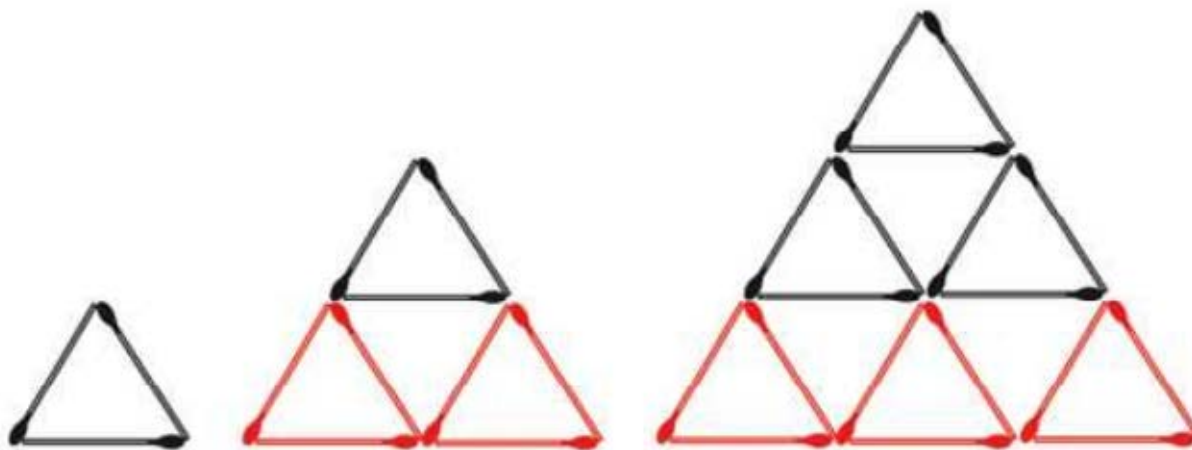


1. PONTO DE ENCONTRO

Olá Estudante! Me chamo Ana, hoje iremos iniciar uma jornada rumo a investigação sobre sequências e progressões aritméticas. Se prepare para aplicar alguns conhecimentos e aprender algo novo. Vamos lá !!!

2. BOTANDO O PÉ NA ESTRADA

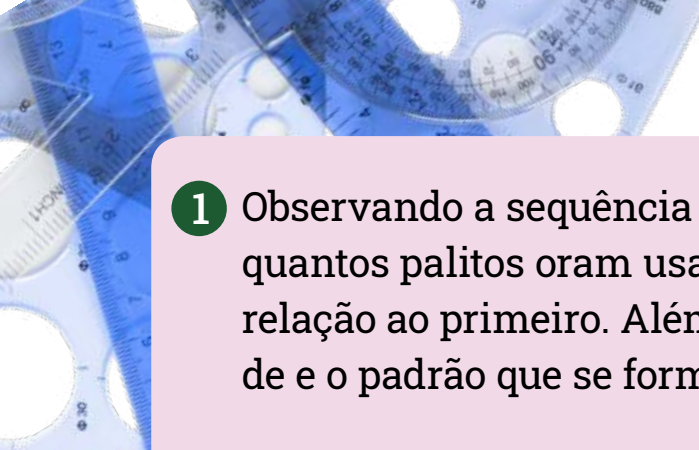
Eu gosto muito de brincar com palito de fósforo para montar figuras geométricas. Numa dessas brincadeiras montei uma sequência de triângulos, inspirada numa questão da OBMEP de 2012, seguindo o padrão indicado na figura a seguir:



Fonte: OBMEP, 2012 (Nível 3).

Você deve saber que OBMEP é a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Para saber mais acesse:

Disponível em: <http://www.obmep.org.br/> Acesso em: 20 ago. 2020

- 
- 1 Observando a sequência que montei você consegue me dizer quantos palitos foram usados a mais no segundo triângulo em relação ao primeiro. Além disso qual a relação entre a quantidade e o padrão que se forma em relação ao terceiro triângulo?
 - 2 Ainda nessa linha de raciocínio se eu continuar a montar os triângulos em relação ao padrão de formação, você vai perceber que a quantidade de triângulos a serem construídos e palitos a serem usados também aumentam. Como se dá esse aumento? (Registre as respostas no **caderno** e depois socialize com a turma)

3. LENDO AS PAISAGENS DA TRILHA

Se você é um(a) bom(a) observador(a), deve ter reparado que do primeiro triângulo para o segundo triângulo foram acrescentados dois triângulos e para o terceiro triângulo, foram acrescentados três triângulos. Ou seja, no segundo triângulo tem 6 palitos a mais, e no terceiro triângulo tem 9 palitos a mais. Assim, é notório ver que o segundo triângulo tem 2 palitos em cada lado, já o terceiro tem 3 palitos, o quarto terá 4 e assim sucessivamente.



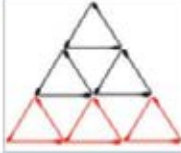
DESAFIO 1

Nesse sentido, seguindo o padrão indicado, você sabe me dizer quantos palitos formam o lado de um triângulo que foi construído com 135 palitos de fósforo?

Agora me diga: Qual conclusão chegou? Você precisou desenhar o triângulo? Como conseguiu chegar a resposta? Sentiu muita dificuldade?

Bem, existem várias maneiras para responder os questionamentos do primeiro desafio, mas para te ajudar vou te mostrar de que maneira eu cheguei na resposta.

Observe a seguir o padrão que se forma:

n = 1	n = 2	n = 3	...	n
			...	De modo geral
$a_1 = 3$	$a_2 = 3 + 6$	$a_3 = 9 + 9$...	$a_n = a_{n-1} + 3n$
$a_1 = 3$	$a_2 = 3 + 3 \cdot 2$	$a_3 = 9 + 3 \cdot 3$...	
$a_1 = 3$	$a_2 = a_1 + 3 \cdot 2$	$a_3 = a_2 + 3 \cdot 3$		

Daí, eu encontrei essa fórmula $a_n = \frac{(n+1) \cdot 3n}{2}$. Não foi fácil, mas deu certo.

Esse é o padrão que define a sequência de triângulos que eu fiz. Para a utilização de 165 palitos temos:

$a_n = 135$. Assim:

$$\frac{(n+1) \cdot 3n}{2} = 165 \therefore n = 10$$

Para entender melhor essa solução assista o vídeo a seguir:
Disponível em: <https://bit.ly/3gNNC2j> Acesso em: 20 ago. 2020

Logo, construindo o triângulo com 135 palitos de fósforo o lado desse triângulo terá 9 palitos.

$$a_n = \frac{(n+1) \cdot 3n}{2}$$

Observe que de fato $a_n = \frac{(n+1) \cdot 3n}{2}$ é o padrão que define a sequência de triângulos que eu fiz.

DESAFIO 2

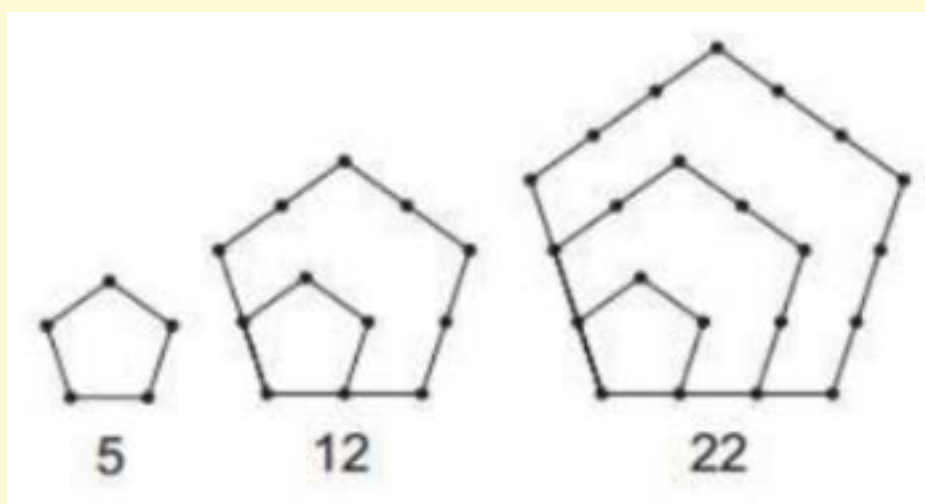
Vamos verificar que se de fato $a_n = \frac{(n+1) \cdot 3n}{2}$ serve para calcular o número de palitos que eu uso em cada triângulo da sequência. Copie a tabela a seguir em seu **caderno** e complete:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\frac{(n+1) \cdot 3n}{2}$									

Que tal analisarmos outra situação!!!

Observe essa questão da OBMEP a seguir:

- 1 (OBMEP – 2015 – Nível 3) Abaixo temos três figuras pentagonais: a primeira com 5 pontos, a segunda com 12 pontos e a terceira com 22 pontos. Continuando esse processo de construção, a vigésima figura pentagonal terá 651 pontos. Quantos pontos terá a vigésima primeira figura?



Fonte: OBMEP, 2015 (Nível 3).

Tente Resolver fazendo os registros no **caderno**. Justifique como você chegou a solução.

Observando a segunda e terceira figura, nota-se que a segunda figura foi obtida acrescentando-se 4 novos pontos (vértices do polígono) e n pontos em cada um dos 3 vértices opostos ao ponto fixo, sendo n a posição da pentagonal na sequência. Assim os pontos da poligonal n são dados por $P_n = P_{n-1} + 3(n - 1) + 4$.

Como a vigésima figura possui 651 pontos, então para a vigésima primeira figura temos:

$$P_{21} = P_{20} + 3 \cdot 20 + 4$$

$$P_{21} = 651 + 60 + 4 = 715$$

Para entender melhor essa solução assista o vídeo a seguir:

Disponível em: <https://bit.ly/30MlZBk>

Acesso em: 20 ago. 2020

Portanto, a vigésima primeira figura possui **715 pontos**.

DESAFIO 3

Usando o padrão que encontramos para essa sequência, verifique se ela realmente se aplica para $n = 1, 2, 3, 4$ e 5 . Compare os três primeiros com o valor que é apresentado na figura.

4. EXPLORANDO A TRILHA

Você observou que as duas sequências de figuras que analisamos são representadas por sequências numéricas?

Sequências de triângulos: (3, 9, 18, 30, 45, ...) em relação a quantidade de palitos.

Sequências de pentágonos: (5, 12, 22, 35, 51, ...) em relação a quantidade de pontos.

Cada uma foi representada pelo seu padrão, que encontramos e testamos juntos.

Agora vamos conhecer algumas sequências bastante interessantes.

A primeira delas é a **Torre de Hanói**. Você conhece a Torre de Hanói? É um interessante e divertido jogo com discos e três torres, cujo objetivo é **passar todos os discos de uma torre para a outra**, seguindo algumas regrinhas, conforme você pode conferir a seguir:

TORRE DE HANÓI



Regras

1. Mover um disco de cada vez.
2. Um disco maior nunca pode ficar em cima de um disco menor.
3. Realizar o mínimo de movimentos possíveis.

Fonte: Flirck. Disponível em: <https://br.pinterest.com/pin/117375134025847270/>

Se você não conhece a **Torre de Hanói** acesse o site a seguir para brincar um pouco:

Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/jogos/hanoi/> Acesso em: 10 ago. 2020.

Você deve ter visto que você pode jogar com 2 discos, 3 discos, 4 discos, ... e até 8 discos. Se você já conhecia a torre de Hanói ou já jogou no link que te indiquei agora você já sabe o número mínimo de jogadas para cada situação. Então, complete a tabela a seguir:

Número de discos	2	3	4	5	6	7	8
Quantidade de Jogadas							

DESAFIO 4

Analise a tabela e com base no que discutimos sobre sequências, estabeleça um padrão para a relação entre o número de discos e a quantidade de jogadas.

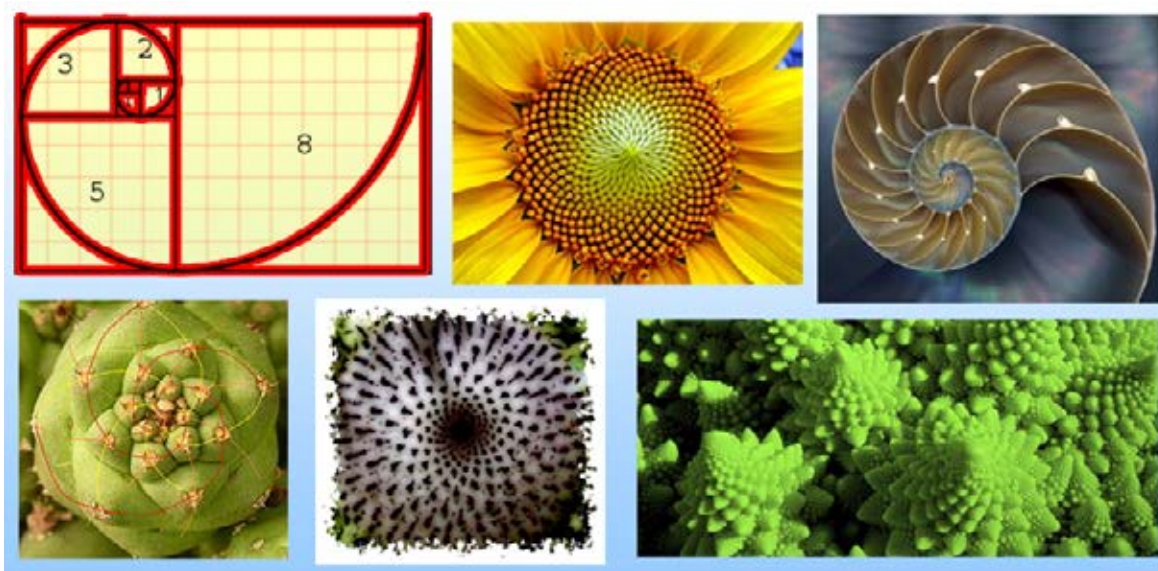
Outra sequência bastante interessante é de **Fibonacci**, é a proposta pelo matemático Leonardo Pisa, mais conhecido como Fibonacci. Foi a partir de um problema criado por ele que o mesmo detectou a existência de uma regularidade matemática.

Trata-se do exemplo clássico dos coelhos, em que Fibonacci descreve o crescimento de uma população desses animais. Observe a sequência: **1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...**

Observe que essa sequência começando pelo 1, é formada somando cada numeral com o numeral que o antecede. No caso do 1, repete-se esse numeral e soma-se, ou seja, $1 + 1 = 2$.

A partir dessa sequência, pode ser construído um retângulo, que é chamado de **Retângulo de Ouro**.

Ao desenhar um arco dentro desse retângulo, obtemos, por sua vez, a **Espiral de Fibonacci**. Presente em elementos da natureza e construções humanas.



Disponível em: <https://noosfero.ufba.br/modelagem-matematica/midioteca/imagens/a-natura-de-fibonacci-matematica-na-vida-natural> Acesso em: 10 ago. 2020

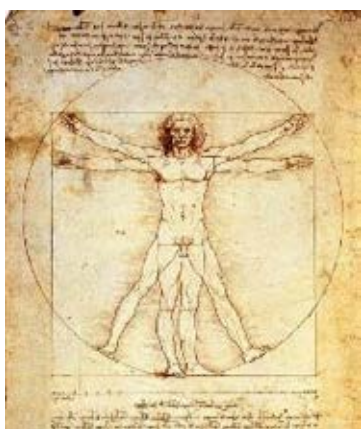
Da sequência de Fibonacci, temos a **Proporção Áurea**, também chamada de Secção Áurea, Razão Áurea, Razão de Ouro, Divina Proporção, Proporção em Extrema Razão e Divisão de Extrema Razão.

Proporção Áurea é uma constante real algébrica conhecida pela letra grega ϕ (PHI) extraída da Sequência de Fibonacci, possui o valor aproximado de 1,618. Está envolvida em toda a natureza ao buscar o crescimento.

A Proporção Áurea é bastante explorada nas artes de um modo geral como uma busca pelo harmônico. É possível encontrá-la em obras famosas como o Homem Vitruviano e Monalisa, de Leonardo da Vinci e o Nascimento de Vênus, de Botticelli.

LEONARDO DA VINCI

Homem Vitruviano



Monalisa



BOTTICELLI

Nascimento de Vênus



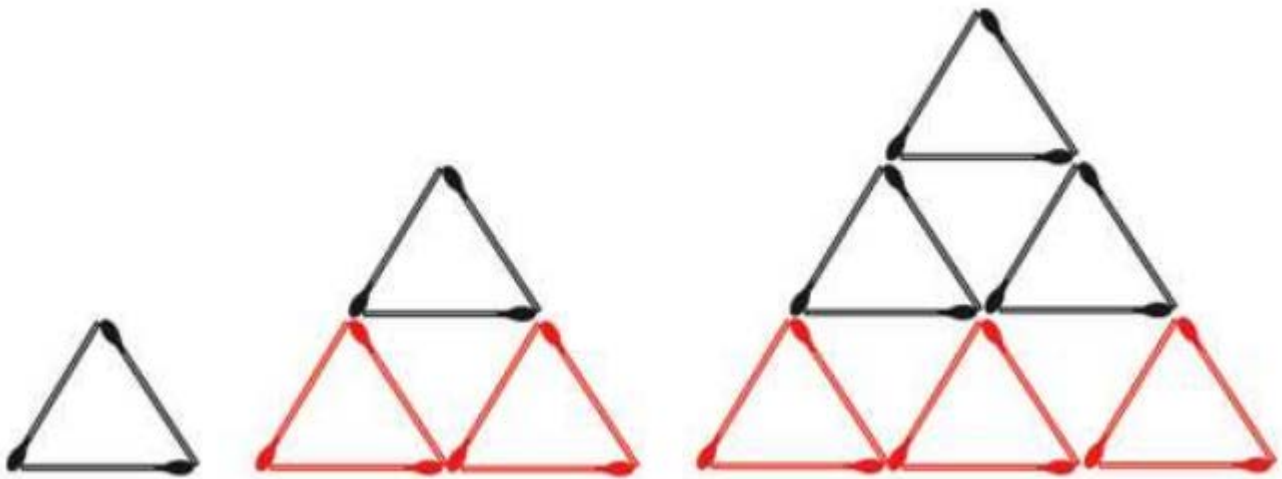
Disponível em: <http://clorofila-design.blogspot.com/2011/09/artigos-proporcao-aurea-e-sequencia.html>
Acesso em: 10 ago. 2020.

DESAFIO 5

Analise a Sequência de Fibonacci e estabeleça o padrão que define essa sequência. Além disso, faça uma pesquisa sobre a utilização da proporção áurea em obras de arte. Todos os registros devem ser feitos no **caderno**.

Que legal que chegamos até aqui! Agora preciso que retomemos o exemplo dos triângulos que criei com palito de fósforo para te mostrar outra sequência bem legal a partir do mesmo problema.

Nós observamos que em relação ao número de palitos em cada triângulo encontramos a sequência (3, 9, 18, 30, 45, ...), pois do primeiro triângulo para o segundo triângulo foram acrescentados dois triângulos e para o terceiro triângulo, foram acrescentados três triângulos.



Outra coisa que podemos observar é a quantidade de palitos que formam o perímetro das figuras encontradas. No primeiro triângulo temos três palitos, no segundo temos seis, no terceiro temos nove e no quarto se seguirmos a sequência teremos doze. Assim encontramos uma sequência com os números (3, 6, 9, 12, 15, 18...).

DESAFIO 6

Você conseguiu perceber essa sequência antes de mim? Sabe me dizer qual a diferença entre o padrão encontrado do total de palitos das figuras e o total que formam o seu perímetro? Como seria possível saber a quantidade de palitos a serem usados no perímetro de qualquer triângulo sem que haja necessidade de contá-los?

Sequências como a encontrada (3, 6, 9, 12, 15, 18...) são chamadas de **progressões aritméticas**. Veja alguns exemplos:

Algumas sequências são mais simples, como por exemplo:

- Sequência dos números pares: (0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...)
- Sequência de múltiplos de três: (0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...)

Os padrões de sequências como essas são facilmente determinados, observando que cada termo, exceto o primeiro, equivale ao anterior adicionado a um número.

Progressão aritmética (PA) é toda sequência numérica em que cada um de seus termos, a partir do segundo, é igual ao anterior somado a uma constante r , denominada **razão da progressão aritmética**.

Observe que:

- Na sequência dos números pares: (0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...) a razão $r = 2$
- Na sequência de múltiplos de três: (0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...) a razão $r = 3$

Vejamos mais alguns exemplos:

- (2, 5, 8, 11, 14, ...) é uma PA de razão 3;
- (10, 8, 6, 4, 2, 0, ...) é uma PA de razão -2.

De um modo geral podemos dizer que uma sequência é uma PA quando:

$$a_n = a_{n-1} + r ; n \in \mathbb{N}^+$$

Termo Geral de uma PA $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$

Onde:

a_1 = primeiro termo

a_n = enésimo termo

n = número de termos

r = razão



Classificação de uma PA

Uma PA pode ser:

Classificação	Razão	Exemplo
Crescente	$r > 0$	(1, 5, 9, 13, 17, ...) $r = 4$
Decrescente	$r < 0$	(7, 4, 1, -2, -5, ...) $r = -3$
Constante	$r = 0$	(5, 5, 5, 5, 5, 5, ...) $r = 0$



Agora a partir das informações vamos resolver alguns desafios.

DESAFIO 7

Se em uma progressão geométrica, o segundo termo for igual a 1 e o quinto termo igual a 11, então o décimo termo será igual a:

DESAFIO 8

(OBMEP – adaptada) A taxa de um determinado condomínio da cidade de Feira de Santana é paga de acordo com o andar em que se mora. Quem mora no 1º andar paga R\$ 105, 00; no 2º andar paga R\$ 120, 00. Sabendo que os valores a serem pagos estão em progressão aritmética, quanto pagará, em reais. Quem mora no décimo andar deste condomínio?

DESAFIO 9

(OBMEP) Maria começou a guardar moedas de 1 real com o intuito de juntar dinheiro para comprar um celular em 6 meses. Ela começou com dois reais e a cada dia juntava mais 3 reais do lanche, como ilustra a figura abaixo. Ao final de 128 dias quanto ela terá guardado?

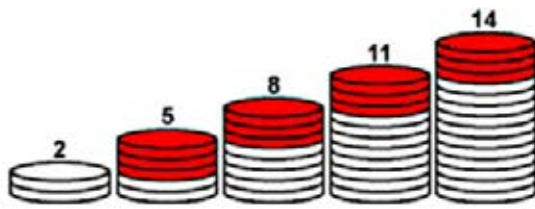


Figura: OlabsMathematics/ArithmeticProgression

DESAFIO 10

Busque em no livro didático de Matemática adotado em sua escola, alguns exercícios sobre esse assunto para você resolver.

5. RESOLVENDO DESAFIOS DA TRILHA

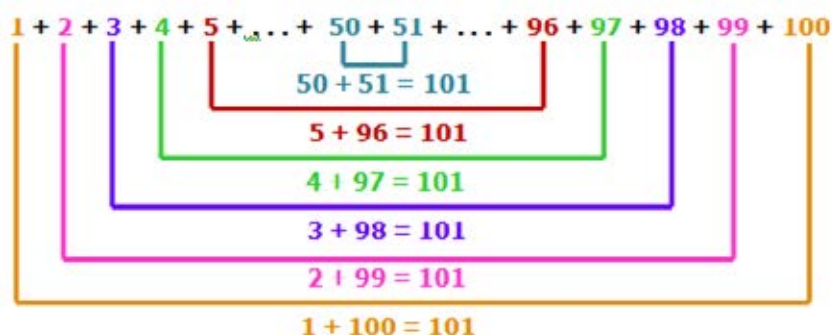
Você já ouviu falar em um matemático alemão chamado Gauss? Conta a história que quando Gauss tinha apenas 10 anos de idade, surpreendeu seu professor de Matemática ao apresentar rapidamente a resposta ao problema de somar todos os números naturais de 1 a 100. O cálculo feito pelo menino Gauss foi: $1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$ Gauss observou que somando o primeiro com o último número a soma é sempre igual a 101.

O cálculo feito pelo menino Gauss foi: $1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$ Gauss observou que somando o primeiro com o último número a soma é sempre igual a 101.



Concluindo que $1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 =$

$$\frac{100}{2} \times 101 = 50 \times 101 = 5050$$



Disponível em: http://clubes.obmep.org.br/blog/texto_013-a-soma-1-2-3-t/
Acesso em: 10 ago. 2020

Observe que Gauss com apenas 10 anos de idade deduziu a fórmula da soma dos termos da sequência apresentada. Para a história não ficar sem fim, o menino autor da façanha se tornou um dos mais importantes matemáticos de todos os tempos: Johann Carl Friedrich Gauss, conhecido como o Príncipe da Matemática.

Foi assim que Gauss futuramente descobriu a fórmula dos termos de uma PA.

Soma dos n termos de uma PA
$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Agora é a sua vez, resolva os problemas a seguir aplicando o mesmo princípio.

PROBLEMA 1

Determine a soma $3 + 6 + 9 + 12 + 15 + \dots + 3000$ dos múltiplos de 3 menores do que 3001.

PROBLEMA 2

Determine a seguinte soma, cujas parcelas são números consecutivos: $37 + 38 + 39 + \dots + 1405$.

PROBLEMA 3

Qual a soma dos 200 primeiros números pares positivos?

SUGESTÃO

Busque mais questões no livro didático adotado na sua unidade escolar.

6. A TRILHA É SUA: COLOQUE A MÃO NA MASSA

Agora é com você!! Lembra que falamos como a Sequência Fibonacci deu origem a Proporção Áurea, utilizada por alguns artistas para compor a sua obra? Agora é sua vez, crie sua obra de arte aplicando a Proporção Áurea. Vamos lá!!! Mãos à obra.

7. A TRILHA NA MINHA VIDA

Agora pense, no decorrer de todas a sua vida escolar, e no seu dia a dia, reflita um pouco e tente identificar como as sequências estiveram presentes sem você se dar conta. Escreva sobre essas experiências e compartilhe com os seus colegas.

SUGESTÃO

Assista ao filme [Donald no País da Matemática](#). Ele vai te ajudar a refletir sobre isso. Bom filme!

8. PROPOSTA DE INTERVENÇÃO SOCIAL

Lembra da Torre de Hanói? É um divertido jogo de raciocínio. Convido você a construir uma torre utilizando materiais recicláveis ou reutilizáveis e jogar com os colegas.

9. AUTOAVALIAÇÃO

Que legal!!! Chegamos até o final da nossa caminhada. Parabéns por ter chegado até aqui. Agora convido você a fazer um momento de reflexão sobre o que está levando nessa bagagem. Para isso, peço que responda apenas algumas perguntas no seu **caderno**:

- a) Você reservou um tempo para realizar esta atividade? Conseguiu realizar esta atividade?
- b) Essa atividade lhe possibilitou ver a matemática com um olhar diferente do que você tinha antes? Se a sua resposta for sim, descreva o que mudou.
- c) Você acha que consegue aplicar na sua vida as aprendizagens dessa aula? Comente.

Te agradeço pelas respostas. Agora a Aventura é com o Caio. Boa caminhada!!!



1. PONTO DE ENCONTRO

Parabéns, você venceu a primeira trilha!!!

Antes de qualquer coisa, me chamo Caio, e se você chegou até aqui é sinal de que se deu muito bem com a ajuda da Ana. Nós já te saudamos, agora vamos aproveitar todos os conhecimentos adquiridos para continuarmos a realizar a nossa caminhada por mais uma trilha.

Espero que sua participação nessa trilha seja de muitas aprendizagens. Lembre-se, você é protagonista nesta ação.

Agora iremos passear pelo mundo das Progressões Geométricas.

2. BOTANDO O PÉ NA ESTRADA

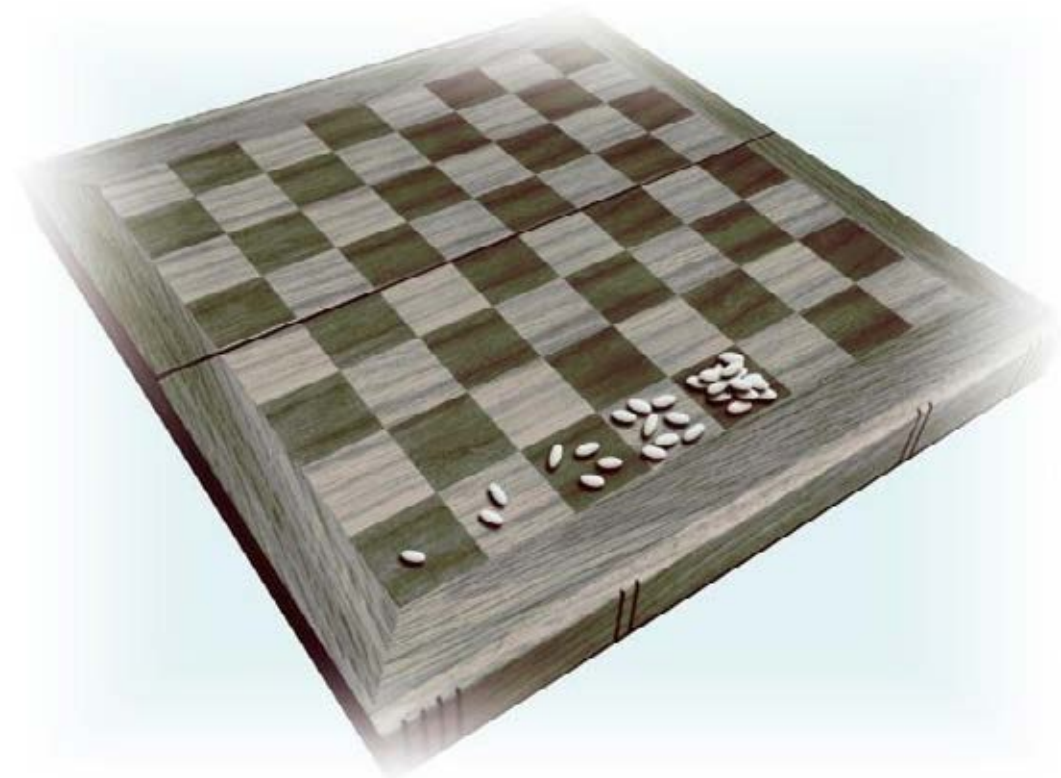
Na trilha passada, você se deparou com uma série de situações envolvendo uma variedade de padrões com sequências, não é verdade?

Agora te convido a continuar o passeio. Vamos lá!!! Observe essa história que vou lhe contar com bastante atenção.

Há uma lenda que conta que o rei ficou tão fascinado com a invenção e as infinitas variações de movimentos do xadrez, que resolveu recompensar o inventor, a lenda ainda diz que o rei perguntou ao inventor do jogo de xadrez o que ele queria como recompensa por ter inventado esse jogo. E o inventor respondeu: “1 grão de arroz pela primeira casa, 2 grãos pela segunda, 4 pela terceira, 8 pela quarta, 16 pela quinta, e assim por diante, sempre dobrando a quantidade a cada nova casa”. Será que ele pediu pouco?

Veja a Figura 1, abaixo.

Figura 1 – Xadrez, grãos de trigo e progressão geométrica



Disponível em: <https://revistaquestaodeciencia.com.br/artigo/2020/03/29/xadrez-graos-de-trigo-e-progressao-geometrica> Acesso em: 03 set. 2020.

3. LENDO AS PAISAGENS DA TRILHA

Como você é um(a) bom(a) observador(a), já deve ter percebido que da primeira casa para a segunda foi acrescentado um grão de arroz e da terceira para a quarta, foram acrescentado o dobro do que tinha na terceira, sempre nessa lógica. Só que o Rei ficou inquieto e pediu para os matemáticos do reino começarem a fazer as contas.

Mas, antes de sabermos o que aconteceu, quero te lançar um desafio.

DESAFIO 1

Sem usar fórmulas, me diga o que acontece à medida que você avança as casas.

- 1 Quantos grão de arroz Rei terá que pagar se o criador do Xadrez pedir apenas a metade do tabuleiro?

Faça as anotações no **caderno** e socialize com o seu professor.





4. EXPLORANDO A TRILHA

Bem, retomando a problemática lançada no primeiro desafio, eu posso imaginar que você deve ter pensado em várias maneiras de solucionar esse problema.

Observando a tabela abaixo você deve ter percebido que a medida em que as casas vão aumentando a quantidade de arroz dobra em relação à casa anterior.

Para chegarmos a algumas conclusões utilizamos em uma das resoluções a potenciação. Mas fique tranquilo vou te dar uma ajudinha, é importante saber que para responder essa pergunta você vai precisar saber que o tabuleiro de xadrez é um quadriculado 8x8, portanto tem 64 casas. Você utilizou dessa informação para responder o desafio 1?

Para te ajudar observe o quadro a seguir onde “n” representa o número de casas do tabuleiro de xadrez:

n= 1	n= 2	n= 3	n= 4	N= 64
				?
$a_1 = 1$	$a_2 = 2$	$a_3 = 4$	$a_5 = 8$?
$a_1 = 1$	$a_2 = 1 \times 2$	$a_3 = 2 \times 2$	$a_5 = 4 \times 2$?
$a_1 = 2^0$	$a_2 = 2^1$	$a_3 = 2^2$	$a_5 = 2^3$?

- Na primeira casa, 1 grão = 2^0
- Na segunda casa, 2 grãos = 2^1 ,
- Na terceira casa, 4 grãos = 2^2 , sempre nessa ordem.



Você conseguiu perceber esse padrão?

Agora sim, com essa informação vamos para mais um desafio.

DESAFIO 2

Fazendo a devida relação você saberia dizer quantos grãos o Rei teria que entregar conforme o pedido do inventor do jogo? Demonstre a solução.

Tenho certeza que você deve ter se impressionado com o resultado encontrado. Lembre-se que o resultado final é a soma de toda a quantidade de arroz. Se ainda assim, ficou curioso e quer saber mais sobre a lenda da criação do xadrez e a sequência por trás dela, sugiro que leia um pouco mais sobre a lenda contada por Malba Tahan. É só acessar o link: Disponível em: <https://ideiasesquecidas.com/2016/06/24/todos-os-graos-de-arroz-num-tabuleiro-de-xadrez/> Acesso em: 03 set. 2020.

Você vai se surpreender! Boa leitura!

Analisando a sequência encontrada:

A sequência que estamos trabalhando é chamada de **Progressão Geométrica (PG)**, pois obedece uma ordem em que cada termo é igual ao produto de seu antecessor com uma constante, chamada **razão da PG**. Em outras palavras, a diferença entre dois termos quaisquer e consecutivos de uma PG é uma constante.

Pegando a sequência encontrada pelos matemáticos do reino, perceberemos essa relação, pois temos: (1, 2, 4, 8, 16, 32, 64... n_{64}) onde cada termo da sequência, exceto o primeiro, é resultado de um produto $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ é P.G. $\Leftrightarrow a_n = a_{n-1} \cdot q$ de seu antecessor por

2, pois $2 = 2 \cdot 1$, $4 = 2 \cdot 2$ e assim por diante, o que caracteriza o exemplo como uma PG. No exemplo do xadrez, temos uma demonstração finita, visto que o xadrez tem apenas 64 casas.

A **razão de uma PG** é representada pela letra “q”. E seus elementos são representados por uma letra minúscula seguida de um número que indica a posição do número. Por exemplo, na PG acima, o termo a_1 é o primeiro termo e é igual a 1. O termo a_4 é o quarto termo e é igual a 8. Dessa forma, é costume indicar o enésimo termo de uma PG por a_n .

Fazendo uso da definição de PG, podemos escrever o enésimo termo como um produto de seu antecessor a_{n-1} pela razão. Assim, a definição das progressões geométricas também pode ser dada da seguinte maneira:

Termo geral da PG

O **termo geral de uma PG** é uma expressão que pode ser usada para encontrar um termo qualquer de uma progressão geométrica. Esse termo também é expresso por a_n e a expressão/fórmula utilizada para determiná-lo é:

Onde:
$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

n é o índice do termo que queremos determinar, ou seja, está ligado à posição desse termo na PG; a_1 é o primeiro termo da progressão geométrica e q é sua razão.

Legal não é! Assim podemos encontrar qualquer termos da sequência. Por exemplo, para determinar o décimo termo da PG (1, 2, 4, 8, 16, ...), podemos fazer:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad a_{10} = 1 \cdot 2^{10-1}$$

Pois $a_1 = 1$, $q = 2$ e $n = 10$.

$$a_{10} = 1 \cdot 2^9 \quad a_{10} = 2 \quad a_{10} = 512$$

Texto adaptado de SILVA, Luiz Paulo Moreira. “Progressão geométrica”; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/progressao-geometrica.htm>. Acesso em 11 de agosto de 2020.

DESAFIO 3

Usando o termo geral de uma PG responda às proposições com base na sequência: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64... n 64), encontrada ao explorar a lenda do Xadrez.

- 1 Quantos grãos de arroz tem na casa 64? (cuidado, não confunda com o resultado da soma de todas as casas)
- 2 Se você não conseguiu encontrar resposta para o desafio 2, essa fórmula te ajudaria? (Justifique)
- 3 Hipoteticamente, pensando que essa sequência é infinita, e levando em consideração um xadrez com 2500 casas (lado 50x50). Quantos Grão de arroz teria o criador se quisesse apenas os grãos das casas 50 e 150? (demonstre)

DESAFIO 4

Munido do livro de Matemática adotado pela sua escola, resolva algumas questões orientadas pelo (a) seu (a) professor (a).

5. RESOLVENDO DESAFIOS DA TRILHA

Agora que você está bem familiarizado, trouxe duas questões para respondermos. Vamos lá!

Questão 1: (Vunesp/SP – Adaptado) Várias tábuas iguais estão em uma madeireira. Elas deverão ser empilhadas respeitando a seguinte ordem: uma tábua na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, tantas quantas já estejam na pilha.

Por exemplo:

1ª pilha	2ª pilha	3ª pilha	4ª pilha
uma tábua	duas tábuas	quatro tábuas	oito tábuas

- 1 Quantas tábuas teremos empilhadas entre a 12ª pilha e a 15ª? (Dica, eu disse “entre”).

Questão 2: (UFMG) Uma criação de coelhos foi iniciada há exatamente um ano e, durante esse período, o número de coelhos duplicou a cada quatro meses. Hoje, parte dessa criação deverá ser vendida para se ficar com a quantidade inicial de coelhos. Para que isso ocorra, a porcentagem da população atual dessa criação de coelhos a ser vendida é de:

Espero que você tenha gostado das questões. **Se quiser praticar mais você pode acessar um banco de questões da Obmep e tentar responder outras questões.**

Disponível em: <https://cdnportaldadaobmep.impa.br/portaldadaobmep/uploads/material/813ywwq0n2m4g8.pdf> Acesso em: 03 set. 2020.

6. A TRILHA É SUA: COLOQUE A MÃO NA MASSA

Estamos quase chegando no final da nossa caminhada. Você se lembra do nosso segundo desafio. Então, tenho certeza que você ficou surpreso com o resultado. Nesse momento, já posso te falar que existe uma fórmula geral que nos dá a soma dos termos da PG. **Faça uma pesquisa no livro didático** ou na internet e verifique se a fórmula é realmente válida. Registre no caderno e compare com a resposta que você encontrou ao longo do processo. Me perdoe, eu não poderia te contar isso antes.

7. A TRILHA NA MINHA VIDA

Você pode não perceber, mas as sequências geométricas estão intimamente relacionadas aos juros compostos, assim como as sequências aritméticas aos juros simples. Claro que quando vamos efetuar uma compra não prestamos atenção nisso, as vezes só estamos querendo adquirir o



produto. Mas é importante você saber que em um regime de capitalização a juros compostos, o saldo crescente é definido em progressão geométrica. Agora pense, no decorrer de toda a sua vida escolar, e no seu dia a dia, reflita um pouco e tente identificar como essas sequências estiveram presentes sem você se dar conta. **Escreva sobre essas experiências e compartilhe com os seus colegas.** Além disso, na nossa próxima trilha iremos falar mais sobre esse tema.

8. PROPOSTA DE INTERVENÇÃO SOCIAL

Você sabe me dizer como é feita a prevenção do Coronavírus? Além disso sabe me falar como se dá a progressão dos casos no mundo?

Então, para te situar, a COVID-19, sigla para Coronavírus 2019, é uma doença contagiosa que surgiu em meados de dezembro de 2019, com os primeiros casos na cidade de Wuhan, na China. Hoje, o mundo passa por uma pandemia graças a progressão de contágio da doença, que cada vez mais, se mostrando **exponencial**.

Como fora retratado no parágrafo anterior, o grau de contágio do Coronavírus é muito alto. Sendo assim, os gráficos de contaminação com o tempo apontam que a doença cresce **em uma progressão geométrica**, ou seja, os casos se multiplicam a uma razão e apresentam resultados cada vez maiores.

Disponível em: <https://blog.enem.com.br/como-e-feita-a-previsao-da-progreesao-do-coronavirus/> Acesso em: 20 ago. 2020 (Adaptado).

ATIVIDADE:

A proposta aqui é que **você faça uma análise dos casos de contágio ou recuperado na sua região**, e estabeleça as relações necessárias em relação a progressão, e depois lance os dados no gráfico fazendo a devida análise. É importante que você estabeleça todas as relações estudadas até o presente momento neste trabalho. Não se preocupe você terá todo o suporte que precisa para isso. Bom trabalho!



9. AUTOAVALIAÇÃO

Que legal!!! Chegamos até o final da nossa caminhada. Parabéns por ter chegado até aqui. Agora convido a você a fazer um momento de reflexão sobre o que você está levando nessa bagagem. Para isso peço que responda apenas algumas perguntas:

a) O que você percebeu de mais interessante das relações trabalhadas nessa trilha?

b) Essa atividade lhe possibilitou ver a matemática com um olhar diferente do que você tinha antes? (registre e socialize com os colegas)

c) Você consegue aplicar na sua vida as aprendizagens dessa caminhada? Comente.



1. PONTO DE ENCONTRO

Parabéns, você venceu as duas primeiras trilhas!!! Tenho certeza que o Caio e a Ana te ajudaram muito nessa caminhada. Eu me chamo Mari e irei conduzir a última etapa dessa jornada com você, cujo tema é “**Matemática financeira**”. Por isso, recupere o fôlego que agora vamos aproveitar todos os conhecimentos adquiridos, para continuarmos a realizar a nossa caminhada por mais uma trilha. Lembre-se você é o (a) protagonista dessa jornada!

2. BOTANDO O PÉ NA ESTRADA

Nas duas últimas trilhas você se deparou com diversas questões envolvendo o conceito de progressão aritmética e geométrica. Nesta trilha vamos expandir o que vimos anteriormente.

Permita-me lhe fazer alguns questionamentos:

- 1 Quando você vai realizar uma compra, você costuma avaliar a real necessidade dela?
- 2 Você realiza um exercício básico do “Eu preciso”?
- 3 Tem que ser agora?
- 4 Esse gasto é mais importante que outro?

Uma observação, caso dois destes questionamentos sejam negativos, a compra não deverá ser realizada. Esse é um exercício que precisamos realizar, cotidianamente, principalmente dado o cenário financeiro atual.

3. LENDO AS PAISAGENS DA TRILHA

Como você é uma pessoa consciente de suas ações, provavelmente, refletirá sobre suas últimas compras. Diante disto, me conte quais foram essas compras e se elas estão de acordo com os três questionamentos acima.

Para lhe ajudar, observe a situação hipotética abaixo:

Compra	Item	Valor (\$)	Você precisava?	Tinha que ser naquele momento?	Essa compra era mais importante que outra?
1	Casaco	110	Sim	Não	Não
2	AirFryer	230	Sim	Não	Sim

- 1 Para refletir:** As compras acima, de acordo com os três questionamentos, deveriam ser realizadas? Justifique.
- 2** Agora é sua vez, construa uma tabela indicando suas últimas cinco compras.

Observando as anotações de suas compras, você deve estar se questionando sobre elas. Pois bem, vamos saber qual seria a economia, caso você não tivesse realizado as compras desnecessárias, vamos lá?

- 3** Qual o valor total de suas compras?
- 4** Qual o valor das compras desnecessárias?
- 5** O valor das compras desnecessárias representa quantos por cento do valor total das compras?

6 Diante dos seus resultados, qual seria a economia, em real e em porcentagem, caso você não tivesse realizado as compras desnecessárias?

DICA

Para calcular a porcentagem neste caso, você pode usar a regra de três. Isto é, o valor total está para 100% e o valor das compras desnecessárias está para o x% (porcentagem que você quer descobrir).

Vejamos, o que significa o termo Porcentagem?

Porcentagem, são as frações (ou razões) cujo denominador (o número de baixo da fração) é igual a 100 e são representadas pelo símbolo “%” (lê-se: por cento). Quando falamos “x% de alguma coisa”, estamos na verdade calculando:

$$x\% \text{ de alguma coisa} = (\text{alguma coisa}) \cdot \frac{x}{100}$$

Observemos o caso abaixo:

SITUAÇÃO: 5% de 30

Solução:

$$5\% \text{ de } 30 = 30 \cdot \frac{5}{100} \Rightarrow 5\% \text{ de } 30 = 1,5$$

Obs: 5% pode ser representado como: 5% , $\frac{5}{100}$ ou $0,05$.

Você sabia que essa ideia de porcentagem é aplicada em diversas áreas, principalmente na área Financeira? Numa situação de compra, por exemplo, há várias porcentagens embutidas.

Gostou das informações? Agora vamos realizar alguns desafios.



DESAFIO 1

Ana, foi ao supermercado realizar a compra de mês. Neste supermercado o gerente oferece 10% de descontos para os clientes que realizarem o pagamento em espécie. Ao passar seus produtos no caixa, a atendente informou a Ana o valor de suas compras, 248 reais. Sabendo do desconto, Ana realizou o pagamento em espécie, qual o valor que Ana pagou, após receber o desconto?

Que tal analisarmos outra situação!!! Observe a situação-problema a seguir:

DESAFIO 2

Dado o cenário epidemiológico que estamos vivendo, saber fazer escolhas na ida ao supermercado é primordial. Observe as ofertas de uma rede de supermercado abaixo:



Fonte: Elaboração do autor/SEC/BA, 2020. (Adaptada).

Levando em consideração que o Caio não pode ficar sem seu achocolatado pela manhã, e neste mês, ao ir ao supermercado com sua mãe, ele se deparou com estas ofertas. Responda:

- 1 Em termos econômicos, qual seria a compra mais vantajosa para você?

- 2 Em relação às trilhas passadas onde estudamos algumas sequências, você consegue perceber o padrão em relação as gramas das embalagens? Esse padrão se assemelha a uma progressão aritmética ou geométrica? Justifique.
- 3 Pesquise em dois supermercados da sua/seu cidade/bairro os valores dessas ofertas; tire uma foto e construa um cartaz mostrando a comparação percentual entre os dois supermercados para um mesmo produto. (A depender da situação, você pode fazer essa busca em supermercados online)

4. EXPLORANDO A TRILHA

Com você é um (a) estudante esperto (a) já sabe que essa porcentagem também usada em transações bancárias, financiamento, e etc., estas que se fundamentam no regime de capitalização vigente em solo brasileiro. Você sabe quais são os regimes de capitalização vigentes no Brasil?

Agora que você já conhece quais são os regimes de capitalização vigentes no Brasil, vamos entender um pouco mais sobre elas. Observe a situação a seguir:

SITUAÇÃO 1:

Um investidor quer aplicar a quantia de R\$ 800,00 por 3 meses, a uma taxa de 8% ao mês (a.m.) em **juros simples**, para retirar no final deste período. Quanto ele irá retirar?

Solução – Inicialmente, vamos identificar os elementos:

Capital (C): R\$ 800,00

Tempo (n): 3 m

Taxa (i): $8\% = 8/100 = 0,08$ a.m.

Obs.: Lembre-se que falamos de porcentagem anteriormente? 8% em decimal ficaria quanto?

Observe a tabela e responda:

- 1 Qual o juro que esse investidor receberá ao final do período (3 meses)?
- 2 Que relação existe entre os valores das colunas (I), (II) e (III) com os da coluna (IV)? O que isso significa?
- 3 Que relação existe entre os valores das colunas (III) e (IV) com os da coluna (V)? O que isso significa?

n (tempo)	i (taxa)	C (capital)	J (juros)	Montante
0	0,08	800	-	800
1	0,08	800	64	864
2	0,08	800	128	928
3	0,08	800	192	992

(I) (II) (III) (IV) (V)

- 4 Complete a tabela para o caso desse investidor, deseje ampliar esse investimento a um prazo de 7 meses.

n (tempo)	i (taxa)	C (capital)	J (juros)	Montante
0	0,08	800	-	800
1	0,08	800	64	864
2	0,08	800	128	928
3	0,08	800	192	992
5				
6				
7				
.
.
n				

(I) (II) (III) (IV) (V)

- 5 Em relação aos valores da coluna (V), quais relações podem ser suscitadas em **relação às progressões**, estudadas nas trilhas anteriores? Justifique.

SITUAÇÃO 2:

O pai de Ana quer aplicar a quantia de R\$ 800,00 por 3 meses, a uma taxa de 8% ao mês (a.m.) em **juros composto**, para retirar no final deste período. Quanto ele irá retirar?

Solução: Inicialmente, vamos identificar os elementos:

Capital (C): R\$ 800,00

Tempo (n): 3 m

Taxa (i): 8% = 8/100 = 0,08 a.m.

Vamos calcular o Montante (M_n) ao final de cada mês (n):

$$M_0 = 800 = 800$$

$$M_1 = 800 (0,08) + 800 = 864$$

$$M_2 = 864 (0,08) + 864 = 1002,24$$

$$M_3 = 1002,24 (0,08) + 1002,24 = 1242,77$$

Agora observe a tabela abaixo:

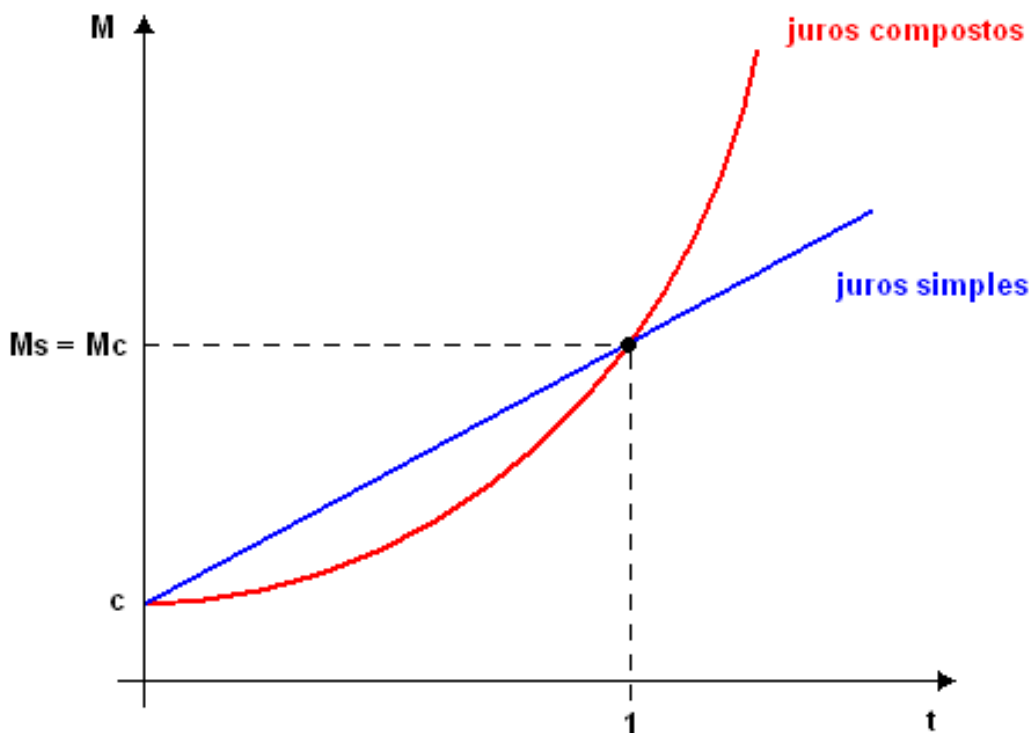
	n (tempo)	J (juros)	Montante
M_0	0	-	800
M_1	1	64	864
M_2	2	138,24	1.002,24
M_3	3	240,53	1.242,77
	(I)	(II)	(III)

Observe a solução, e a tabela e responda:

- 1 Qual o juro que esse investidor receberá ao final do período (3 meses)?
- 2 Qual o regime de capitalização mais vantajoso? O aplicado na Situação 1 ou na Situação 2? Justifique.
- 3 Ainda com relação aos valores da coluna (III), **quais relações podem ser suscitadas em relação às progressões, estudadas nas trilhas anteriores?** Justifique.
- 4 Agora que você já estabeleceu a relação dos valores da coluna (III) com os estudos de progressão. O que você pode concluir acerca do montante (M) e juros (J).

DESAFIO 3

Observe o gráfico abaixo:



Disponível em: <http://profmilton.blogspot.com/2013/12/pilulas-de-matematica-financeira-2.html>. Acesso em 11 Ago. 2020.

- 1 Quando um investimento será mais vantajoso em Juros Simples? Quando esse mesmo investimento será mais vantajoso em Juros Compostos?
- 2 De acordo com o gráfico e suas respostas, o que pode-se concluir acerca desses dois regimes de capitalização?

DESAFIO 4

Busque no livro didático adotado por sua escola, outros problemas sobre o assunto aqui trabalhado, e tente resolvê-los.

5. RESOLVENDO DESAFIOS DA TRILHA

PROBLEMA 1

Pedro quer comprar um Notebook, em uma loja de informática perto de seu trabalho. A loja disponibiliza duas formas de pagamento: caso efetue a compra à vista, o preço será de R\$ 1.700,00, porém, se realizar a compra a prazo, poderá dividir em 8 parcelas de R\$ 300,00. Para calcular e discutir:

- 1 Entre as duas possibilidades de efetuar o pagamento: a prazo ou à vista, é possível perceber alguma diferença? Faça os seus cálculos e registre.
- 2 Há vantagem em se comprar à vista o Notebook? Explique.

PROBLEMA 2

Paulinho, aos 24 anos, foi contratado para seu primeiro emprego e, para comemorar, resolveu oferecer uma grande festa para os amigos. Para tanto, ele resolveu fazer um empréstimo bancário de R\$ 10.000,00 para pagar em 90 dias com acréscimo de 5% ao mês, no regime de capitalização simples. Pelo empréstimo que Paulinho optou por fazer, quanto deverá devolver ao banco ao final de 90 dias?

Caso, ele devolva com 30 dias de antecedência, quanto ele devolverá?

Disponível em: <http://blog.maxieduca.com.br/wp-content/uploads/2016/08/charge-juros.jpg/> Acesso em: 09 set. 2020.

PROBLEMA 3

(Unesp-SP – Adaptada) Malu aplicou R\$ 1.000 durante 4 meses com uma corretora.

- 1 Determine o rendimento da aplicação no período, considerando a taxa de juro simples de 10% a.m.
- 2 Determine o rendimento da aplicação no período, considerando a taxa de juro composto de 10% a.m.
- 3 Qual a aplicação mais vantajosa para Malu? Justifique.

Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/aplicacao-juros-simples.htm/> Acesso em: 09 set. 2020.

6. A TRILHA É SUA: COLOQUE A MÃO NA MASSA

Agora é com você!! Lembra que falamos sobre os gráficos dos regimes de capitalização? Agora é sua vez, construa uma tabela e gráfico, semelhante ao anterior abordado no desafio 2.

Para isso acesse o link:

Excel juros simples compostos

Disponível em: <https://www.ticsnamatematica.com/2014/08/Excel-juros-simples-compostos.html/> Acesso em: 09 set. 2020.

Leia, atentamente, as orientações e faça o download das extensões sugeridas ao final das orientações. Se você não tem como acessar internet solicite ao professor o material impresso e preencha manualmente. Mãos à obra!

7. A TRILHA NA MINHA VIDA


Refleta sobre sua vida, buscando identificar em que medida esses conceitos de Matemática Financeira, refletem em suas ações. Em suas experiências pessoais como a Matemática Financeira se fez presente, e as compartilhe com os seus pares NO “Tempo Escola” e junto a sua família.

8. PROPOSTA DE INTERVENÇÃO SOCIAL

Você se lembra dos questionamentos iniciais nessa trilha, no Item “Botando o Pé na Estrada”? Pois bem, vamos organizar, a partir desses três questionamentos, um planejamento anual de gastos. Acesse a planilha disponível no link: https://drive.google.com/file/d/13grvxYCaVvLzibO_h2mKJRE8PHXKARWQ/view?usp=sharing e faça download para preencher diária e mensalmente. Lembre-se, poupar não é passar necessidades, ou dificuldades!

9. AUTOAVALIAÇÃO

Que legal!!! Chegamos até o final da nossa caminhada, agora convido você, a fazer um momento de reflexão sobre o que você está levando nessa bagagem. Para isso, peço que responda apenas algumas perguntas:

- 
- a) O que você achou de mais interessante desses conteúdos e desses exemplos que nós trabalhamos nessa trilha?
 - b) Essa atividade lhe possibilitou ver a matemática com um olhar diferente do que você tinha antes? Se a sua resposta for sim, descreva o que mudou.
 - c) Você acha que consegue aplicar na sua vida as aprendizagens dessa nessa caminhada?

Obrigada pelas respostas, foi um prazer trilhar com você !